

HIDROTEHNIKA

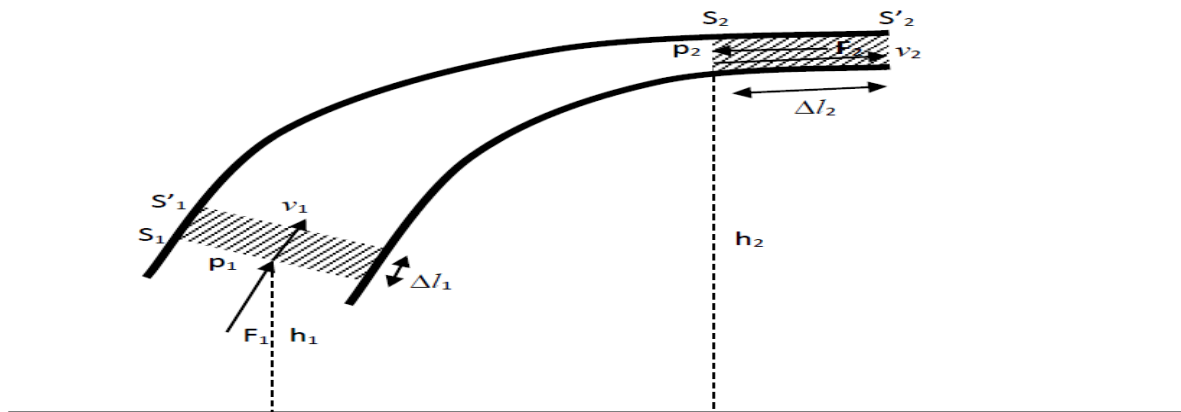
Dinamika fluida

HIDROTEHNIKA

- ◉ **Bernulijeva jednačina**
- ◉ Bernulijeva jednačina izražava zakon o održanju energije, jer ona pokazuje da je zbir potencijalne i kinetičke energije na jedinicu težine tečnosti konstantan duž strujnice idealne tečnosti.
- ◉ Postoji više oblika Bernulijve jednačine koje opisuju razne vrste protoka fluida. Najjednostavniji oblik Bernulijve jednačine se odnosi na slučaj kada se gustina fluida može uzeti kao nepromenljiva (kod tečnosti i kod zanemarivanja stišljivosti gasa na malim brzinama).

HIDROTEHNIKA

- Ako je fluid nestišljiv i bez unutrašnjeg trenja:
 - Proticanje fluida kroz uzani kanal strujanje se ubrzava,
 - Menja se kinetička energija,
 - Promena energije je posledica izvršenog rada spoljašnjih sila F_1 i F_2 koje su posledica pritiska koji deluje na preseke S_1 i S_2 ,
 - Sile pritiska su različitih smerova pa radovi imaju različite znakove.



HIDROTEHNIKA

⊙ Bernulijeva jednačina glasi

$$p + \frac{\rho v^2}{2} + \rho gh = \text{const}$$

⊙ gde je

⊙ p – statički pritisak

⊙ $\frac{\rho v^2}{2}$ - dinamički pritisak

⊙ 2

▪ ρgh - hidrostatički pritisak

HIDROTEHNIKA

- ◉ Pri stacionarnom proticanju idealnog fluida kroz strujnu cev zbir statičkog, dinamičkog pritiska i hidrostatičkog ostaje konstantan.
- ◉ Bernulijeva jednačina važi za uske strujne cevi, pa se u tom slučaju može smatrati da brzine v_1 i v_2 i visine h_1 i h_2 odgovaraju tačkama koje se nalaze na istoj strujnoj liniji.

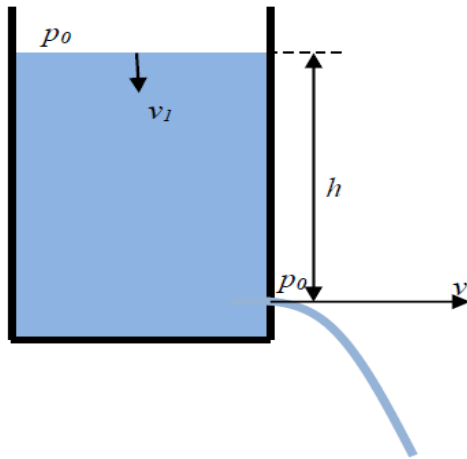
$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2$$

- ◉ Kada je cev horizontalna

$$p + \frac{\rho v^2}{2} = \text{const}$$

HIDROTEHNIKA

- ◉ TORIČELIJEVA TEOREMA (ISTICANJE TEČNOSTI)
- ◉ Primenom Bernulijeva jednačine može da se odredi brzina isticanja tečnosti kroz otvor koji se nalazi na bočnom zidu ili na dnu posude.
- ◉ Posmatramo posudu sa vrlo malim otvorom kroz koji ističe tečr



$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2$$

HIDROTEHNIKA

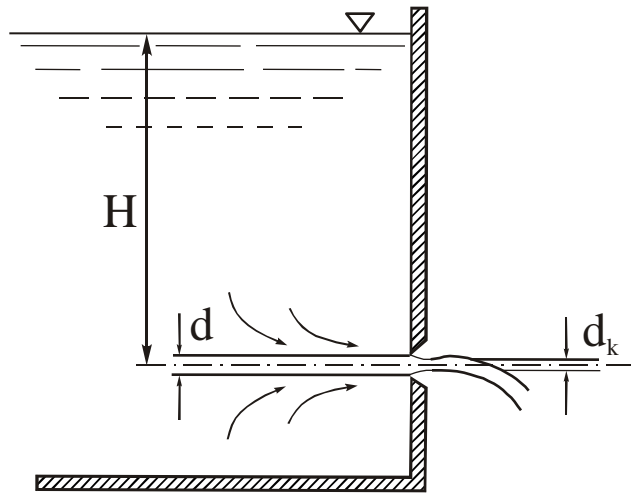
- ◉ **Toričelijev obrazac:** brzina kojom fluid ističe kroz mali otvor koji se nalazi na dubini H od slobodne površine tečnosti jednaka je brzini koju bi on imao pri slobodnom padu sa iste visine.
- ◉ Brzina kojom tečnost ističe kroz mali otvor određuje se Toričelijevim obrazacem

$$v = \sqrt{2gH}$$

- ◉ Stvarna brzina kojom tečnost ističe kroz mali otvor je uvek manja od one dobijene Toričelijevim obrascem, zato što je realna tečnost viskozna pa do izražaja dolazi trenje na ivicama otvora suda.

HIDROTEHNIKA

- Pri isticanju tečnosti kroz otvore sav gubitak energije odlazi na savlađivanje lokalnog otpora pri izlasku tečnost iz suda.
- Brzina isticanja kroz mali otvor



$$v = \varphi \sqrt{2gH}$$

brzinski koeficijent

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta}}$$

HIDROTEHNIKA

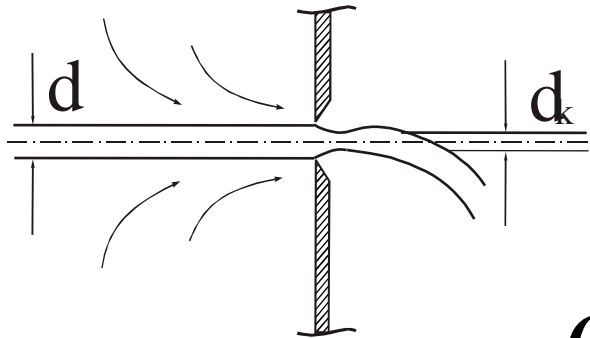
- Protok tečnosti kroz mali otvor

$$Q = vA = \varphi \cdot A\sqrt{2gH}$$

- Eksperimentom je uočeno da se suženje mlaza javlja na izvesnom rastojanju od otvora, jer delići tečnosti ne mogu pri izlasku naglo ga promene pravac, pri čemu je

Koeficijent kontrakcije

-



-

-

$$\psi = \frac{A_K}{A} = \frac{d_k^2}{d^2} = 0.64$$

Protok tečnosti kroz mali otvor

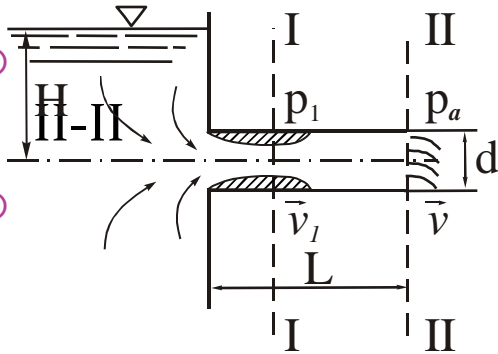
$$Q = \varphi \cdot \psi \cdot A\sqrt{2gH} = \mu \cdot A\sqrt{2gH}$$

Koeficijent isticanja

$$\mu = \varphi \cdot \psi$$

HIDROTEHNIKA

- ◉ Za povećanje koeficijenta isticanja, odnosno, protoka i brzine isticanja koriste se posebni pribori koji se nazivaju naglavcima.
- ◉ **Venturijev naglavak** U pitanju je kratka cev kod koje je osenčena oblast zamenjena profilisanom cevi.



Bernulijeva jednačina za presek

$$\frac{p_a}{\gamma} + H = \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + h_m$$

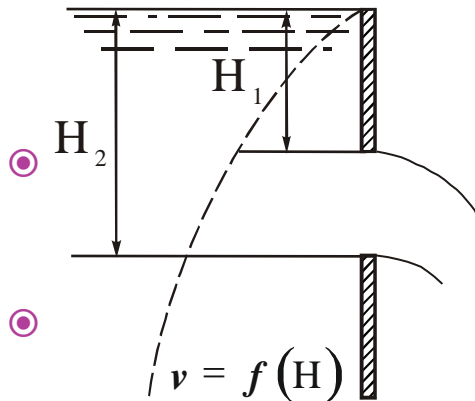
$$\psi^2 \frac{v_1^2}{2g} \Rightarrow h_m = \zeta \frac{v_1^2}{2g} = \frac{\zeta}{\psi^2} \frac{v^2}{2g}$$

Onda je

$$\frac{p_v}{\gamma} = \left(\varphi^2 \frac{1 + \zeta}{\psi^2} - 1 \right) H$$

HIDROTEHNIKA

- ◉ Isticanje kroz velike otvore
- ◉ Pretpostavlja se da je veliki otvor sastavljen od više malih otvora, tako da je elementarni protok kroz svaki mali otvor:



$$dQ = \mu a \sqrt{2gz} = \mu x(z) \sqrt{2gz} dz$$

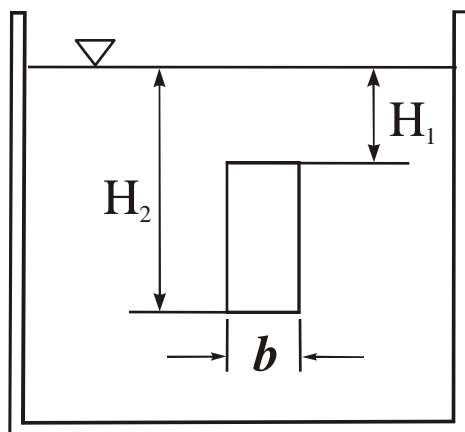
gde je $a = x dz.$

Ukupni protok kroz veliki otvor je

$$Q = \mu \sqrt{2g} \int_{H_1}^{H_2} x(z) \sqrt{z} dz$$

HIDROTEHNIKA

- U zavisnosti od oblika otvora menja se i funkcionalna zavisnost širine x od rastojanja z .
- Za pravougaoni otvor

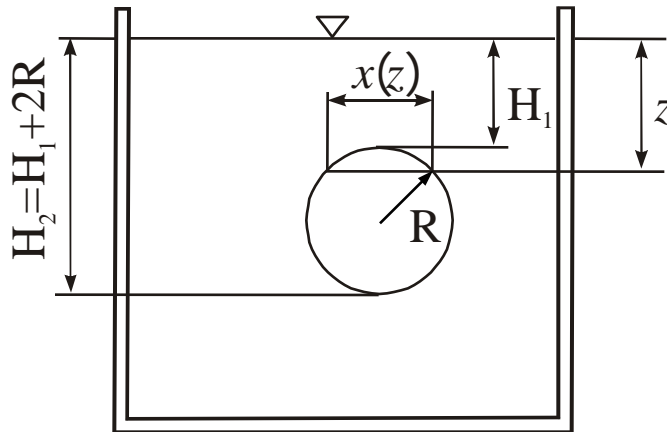


$$x = b$$

$$Q = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} \left(H_2^{\frac{3}{2}} - H_1^{\frac{3}{2}} \right)$$

HIDROTEHNIKA

- Za kružni otvor



- Ukupni protok kroz kružni otvor

$$Q = 2\mu\sqrt{2g} \int_{H_1}^{H_1+2R} \sqrt{z[R^2 - (H_1 + R - z)^2]} dz$$